# 中　山　大　学

## 二00七 年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：　203

科目名称：　高等数学（C）

考试时间：　4　月　21　日　下　午

**考 生 须 知**
全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

一. 选择题（本题共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分. 每小题给出的四个选项中只有一项符合题目要求，把所选项前的字母写在答题纸上并注明题号.）

1. 当 $x \to 0$ 时，下列变量中与 $\dfrac{1-\cos 2x}{2}$ 等价的无穷小量是 [　].

   (A) $\dfrac{x^2}{2}$　　(B) $x^2$　　(C) $\dfrac{x}{2}$　　(D) $x$

2. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^x = \dfrac{1}{e}$，则 $a =$ [　].

   (A) $-\dfrac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) $\dfrac{1}{2}$　　(D) $-1$

3. 下列各式中，正确的是 [　].

   (A) $\displaystyle\int_{0.5}^{2}\ln x\,dx > \int_{1}^{2}\ln x\,dx$　　(B) $\displaystyle\int_{1}^{2}|\ln x|\,dx > \int_{1}^{2}\ln x\,dx$

   (C) $\displaystyle\int_{0.5}^{2}|\ln x|\,dx > \int_{1}^{2}\ln x\,dx$　　(D) $\displaystyle\int_{3}^{1}\ln x\,dx > \int_{2}^{1}\ln x\,dx$

4. 设方阵 $A, B$ 可逆，则 $(AB^{-1})^{-1} =$ [　].

   (A) $A^{-1}B$　　(B) $A^{-1}B^{-1}$　　(C) $BA^{-1}$　　(D) $B^{-1}A^{-1}$

5. 设 $A$ 是一个 $n(n \geq 2)$ 阶方阵，则 $|kA| =$ [　].

   (A) $k|A|$　　(B) $k^n|A|$　　(C) $k^{\frac{n(n+1)}{2}}|A|$　　(D) $k^{\frac{n(n-1)}{2}}|A|$

6. 设 $A, B, C$ 为随机变量，且 $P(A) = P(B) = 0.6$，$P(\bar{A}\bar{B}) = 0.3$，则 $P(A+B) =$ [　].

   (A) 0.94　　(B) 0.64　　(C) 0.8　　(D) 0.7

考试完毕，试题和草稿纸随答题纸一起交回。

7. 设随机变量 $X$ 的概率分布为 $P(X=k)=\left(\frac{1}{2}\right)^k$ $(k=1,2,\cdots)$，则 $EX=$ [ ].

(A) 2　　(B) 1　　(C) 0.5　　(D) 4

二. 填空题（本题共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分. 答案写在答题纸上并注明题号.）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{5n^2-3n}-\sqrt{5n^2+2n})=$ ________.

2. 设 $\int f(x)\,dx=x^2+C$，则 $\int f(x^2)\,dx=$ ________.

3. $\int_0^{\pi}\sqrt{1+\cos 2x}\,dx=$ ________.

4. 行列式 $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & e & f & 0 \\ 0 & g & h & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}=$ ________.

5. 设 $k$ 为正整数，则 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^k=$ ________.

6. $A,B,C$ 为相互独立的随机事件, 设 $P(A)=P(B)=P(C)=0.5$，事件 $W=$ “$A,B,C$ 中至少两个发生”，则 $P(W)=$ ________.

7. 袋中有 3 个红球和 5 个白球, 从中任取 2 个球, 则取得一个红球的概率为 ________.

三. 计算题一（本题共 6 小题，每小题 7 分，共 42 分.）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$.

2. 设 $y=(1+2^x)^{\cos x}$，求 $\frac{dy}{dx}$.

3. 求微分方程 $y'+y\cos x=e^{-\sin x}$ 的通解.

4. 设 $z=x^2\sin(xy)$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

5. 求二重积分 $I=\iint\limits_D \frac{1}{\ln x}dxdy$，其中 $D$ 是由 $y=\ln x, x=e$ 和 $x$ 轴所围成的平面区域.

6. 求不定积分 $\int e^{\sqrt{x}}dx$.

四. 计算题二（本题共 4 小题，每小题 7 分，共 28 分.）

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1-y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix}$.

2. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，求 $A^{-1}$.

3. 设随机变量 $X$ 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} 2x, & 0\le x\le 1; \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

求 $X$ 的分布函数 $F(X)$.

4. 设离散型随机变量 $X$ 的取值范围为 $\{1,2,3,4\}$，概率分布为

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| P | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

求 $X$ 的期望和方差.

五. 计算题三（本题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分.）

1. 解线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_4 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$.

2. 投掷 3 枚均匀的骰子, 求事件 $A=$ “点数之和小于 6” 和事件 $B=$ “至少一个 6 点” 的概率.

六.（本题满分 10 分）设直线 $l$ 是 $y=\ln x$ 在点 $(e,1)$ 的法线, $D$ 是由 $y=\ln x$, $x$ 轴和直线 $l$ 所围的图形, 求图形 $D$ 的面积.

七.（本题满分 10 分）已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0)=f(1)=0, f(\frac{1}{2})=1$. 证明在 $(0,1)$ 内存在一点 $\xi$, 使得 $f'(\xi)=1$.