中　山　大　学

二00五年港澳台人士攻读博士学位研究生入学考试试题

科目代码：650

科目名称：数学规划

考试时间：　04 月　16　日　　下午

考 生 须 知
全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！答题要写清题号，不必抄题。

（运筹学方向）

一.（10 分）设 $y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_m^*)^T$ 是线性规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c^T x \\ s.t. \quad & Ax = b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

的对偶问题的最优解，当线性规划问题（1）同时发生下列变化时：

1. 把目标函数乘以实数 $\lambda > 0$；
2. 把第 i 个等式约束条件乘以实数 $\beta > 0$ 加到第 j 个等式约束条件上；

其对偶问题的最优解如何变化？

二.（30 分）某机械加工中心承接外来加工，现有 A、B、C 三种工件可供选择。已知每加工一个 A 工件要占用 4 个粗加工工时和 3 个精加工工时，可获加工费 45 元，每加工一个 B 工件要占用 5 个粗加工工时和 5 个精加工工时，可获加工费 180 元，每加工一个 C 工件要占用 3 个粗加工工时和 6 个精加工工时，可获加工费 135 元，现该加工中心每月粗加工可用工时为 36000 个，精加工可用工时为 54000 个，试制定最优（获加工费最多）加工方案。

1. 写出该问题的数学模型并求出最优加工方案；
2. 现有 D 工件，已知每加工一个 D 工件要占用 2 个粗加工工时和 5 个精加工工时，可获加工费 75 元，问 D 工件是否值得承接加工？（要说明理由）；
3. 如果每个 A 工件的加工费由 45 元增加到 125 元，最优加工方案是否要改变？（要说明理由）；
4. 如果每月粗加工可用工时只有 24000 个，原最优加工方案是否要改变？应如何改变？

（第2页在背面）

三.（20 分）试证明平衡运输问题：

$$\min \quad z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij} \qquad (\forall c_{ij}\ge 0)$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=s_i, \qquad i=1,2,\dots,m \\ & \sum_{i=1}^{m}x_{ij}=d_j, \qquad j=1,2,\dots,n \\ & x_{ij}\ge 0,\quad i=1,2,\dots,m;\quad j=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

必有最优解。

四.（20 分）证明凸规划问题

$$\min_{x\in R} f(x)$$

的任一局部极小点（或称局部最优解）都是全局极小点（或称全局最优解）。

五.（20 分）对于无约束极小问题

$$\min_{x\in R^n} f(x)=\frac{1}{2}x^T Ax+b^T x+c$$

其中 A 为 n 阶对称正定矩阵。设 $x^{(k+1)}$ 是从 $x^{(k)}$ 出发、用最速下降法（或称负梯度法）求得的后继迭代点。试证明：

$$f(x^{(k+1)})-f(x^{(k)})=-\frac{[\nabla f(x^{(k)})^T\nabla f(x^{(k)})]^2}{2\nabla f(x^{(k)})^T A\nabla f(x^{(k)})}$$

其中 $\nabla f(x^{(k)})\ne 0$。