中山大学

二〇〇五年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：325
科目名称：高等数学（C）
考试时间：4月16日下午

考生须知
全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！答题要写清题号，不必抄题。

一．单项选择题（每小题3分，共18分）

1．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right)^x=$（　　）。

A 1；　B e；　C e^4；　D e^{-4}.

2．$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)=$（　　）。

A 0；　B 1；　C $\frac{1}{2}$；　D ∞.

3．设 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\infty$，$\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$，则下列式子中正确的是（　　）。

A $\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)]=\infty$；　B $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\infty$；

C $\lim\limits_{x\to a}\frac{1}{f(x)-g(x)}=0$；　D $\lim\limits_{x\to a}\frac{1}{f(x)}=0$.

4．函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义是极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在的（　　）。

A 充分条件；　B 必要条件；　C 充要条件；　D 无关条件.

5．设 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，则 $f(x+1)$ 的定义域是（　　）。

A $[0,1]$；　B $[-1,0]$；　C $[1,2]$；　D $[0,2]$.

6．函数 $y=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}+\arcsin\frac{x-1}{2}$ 的定义域是（　　）。

A $(-2,2)$；　B $[-1,2)$；　C $[-1,3)$；　D $(2,3)$.

考试完毕，试题和草稿纸随答题纸一起交回。

二．填充题（每小题3分，共24分）

1．设 $f(x)=\lg x$，$\varphi(x)=\sin x$，则 $f[\varphi(x)]=$______。

2．$y=2\ln(x-1)$ 的反函数是 $y=$______。

3．设 $f(x)=a^{-x}(a>0,a\neq1)$，则 $f'(0)=$______。

4．$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 2x}{\tan 3x}=$______。

5．设 $y=(x^2+1)\arctan x$，则 $y''=$______。

6．设 $z=e^{-\frac{y}{x}}$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$______。

7．行列式 $\begin{vmatrix}3&2&0&8\\4&-9&2&10\\-1&6&0&-7\\0&0&0&5\end{vmatrix}=$______。

8．$\begin{pmatrix}5&3\\2&7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\-2&6\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1&2\\-4&3\end{pmatrix}=$______。

三．计算题一

1．（6分）$\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$。

2．（6分）求由方程 $x-y+\frac{1}{2}\sin y=0$ 所确定的隐函数 $y=f(x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$。

3．（6分）设 $y=(1+x)^x$，求 y'。

4．（6分）$\int\cos^3 x\,dx$。

5．（6分）$\int_1^e x\ln x\,dx$。

6．（6分）求微分方程 $y'+3y=e^{-2x}$ 的通解。

7．（7分）求曲线 $y=e^x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程和法线方程。

8．（7分）设 $z=e^{xy}+x$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$。

9．（7分）计算二重积分 $\iint\limits_D xy\,dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le1,x\ge0,y\ge0\}$。

四. 计算题二

1.（8 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\\1&2&1\end{pmatrix}$，求 A^{-1}。

2.（8 分）解线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3-x_4=-2\\x_1+2x_2+3x_3+4x_4=6\\2x_1+3x_2+x_3+2x_4=5\\x_1+x_2-x_3-6x_4=-10\end{cases}$。

3.（10 分）甲、乙两人独立地射击同一目标，已知甲击中目标的概率为0.7，乙击中目标的概率为0.6，每人各打一发。试求：

(1) 甲、乙两人都击中目标的概率；

(2) 甲、乙两人中至少有一人击中目标的概率。

4.（10 分）、设眼镜第一次落地时打破的概率为$\frac{1}{2}$；若第一次落地未打破，第二次落地打破的概率为$\frac{3}{4}$；若前两次落地未打破，第三次落地打破的概率为$\frac{4}{5}$；试求眼镜落地三次而未打破的概率。

5.（15 分）设随机变量ξ的概率密度为 $p(x)=\begin{cases}Ae^x, & x\le 0\\ \frac{1}{4}, & 0<x\le 2\\ 0 & x>2\end{cases}$，试求：

(1) 常数A；

(2) ξ的分布函数$F(x)$；

(3) 事件$\{\xi\le 1\}$的概率。