

中山大学

二00四年港澳台人士攻读硕士学位研究生入学考试试题

325

科目名称: 高等数学(C)

考试时间: 4月24日下午

考生须知
全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分!
答题要写清题号, 不必抄题。

一. 单项选择题 (每小题3分, 共18分)

- 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 2}} + \ln(x+1)$ 的定义域是 ()。
(A) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$; (B) $(-1, +\infty)$; (C) $(2, +\infty)$; (D) $(-1, 2)$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^3} + \dots + \frac{n-1}{n^2}) = ()$ 。
(A) 0; (B) $\frac{1}{2}$; (C) 1; (D) 2.
- 设函数 $y = \frac{1}{1-x}$, 则 $y^{(n)}$ = ()。
(A) $\frac{1}{(1-x)^n}$; (B) $\frac{(-1)^n}{(1-x)^n}$; (C) $\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$; (D) $\frac{(-1)^n n!}{(1-x)^{n+1}}$.
- 定义在区间 $(-\infty, 0)$ 内的函数 $y = x^2$ 的反函数是 ()。
(A) $y = -\sqrt{-x}$; (B) $y = \sqrt{-x}$; (C) $y = -\sqrt{x}$; (D) $y = \sqrt{x}$.
- 设函数 $f(x)$ 可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h} = ()$ 。
(A) $f'(x_0)$; (B) $-f'(x_0)$; (C) $2f'(x_0)$; (D) $-2f'(x_0)$.
- 设 e^{2x} 是 $f(x)$ 的一个原函数, C 为常数, 则 $\int f'(x) dx = ()$ 。
(A) e^{-2x} ; (B) $-2e^{-2x}$; (C) $-2e^{-2x} + C$; (D) $-\frac{1}{2}e^{-2x} + C$.

考试完毕, 试题和草稿纸随答题纸一起交回。

第1页 共3页

二. 填空题 (每小题3分, 共24分)

- 设函数 $\varphi(x) = 1 - x$, $f[\varphi(x)] = \frac{1+x}{x}$, 则 $f(\frac{1}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - $\frac{d}{dx} \int_0^{\pi} \sin t dt = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{x-5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - 微分方程 $y'' - y' - 6y = 0$ 的通解 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - 设 $z = e^{xy} + x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - 设 $\int f(x) dx = e^x \sin x + C$, C 为常数, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 三. 计算题一 (共57分)
- (6分) 设 $y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, 求 dy 。
 - (6分) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$ 。
 - (6分) $\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^x \arctan t dt$ 。
 - (6分) 方程 $e^x + e^y = xy$ 确定了 y 是 x 的隐函数, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

第2页 共3页

5. (6分) 设 $y = \left(\frac{1}{\sin x} \right)^x$ ($0 < x < \pi$), 求 y' 。

6. (6分) $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ 。

7. (7分) $\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ 。

8. (7分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n}$ 的收敛半径和收敛区域。

9. (7分) 求微分方程 $y' - 2xy = xe^{-x^2}$ 的通解。

四. 计算题二 (共 51 分)

1. (8分) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵 A^{-1} 。

2. (8分) 解线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$ 。

3. (10分) 甲、乙两人同时独立地向同一个目标各射击一次, 命中率分别为 0.7 和 0.8, 求下列各事件的概率:

(1) 甲乙恰有一人击中目标; (2) 目标被击中。

4. (10分) 设某地位于甲、乙二河的汇合处, 当任一河泛滥时, 该地即遭受水灾。设某时期内甲河泛滥的概率为 0.1, 乙河泛滥的概率为 0.2, 且当甲河泛滥时乙河泛滥的概率为 0.3。试求:

(1) 该时期此地遭受水灾的概率; (2) 当乙河泛滥时甲河泛滥的概率。

5. (15分) 设随机变量 ξ 的概率密度为 $P(x) = \begin{cases} Ae^{-5x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 试求常数 A 和随机变量 ξ 的分布函数 $F(x)$ 以及随机事件 $\{\xi > 5\}$ 的概率。